

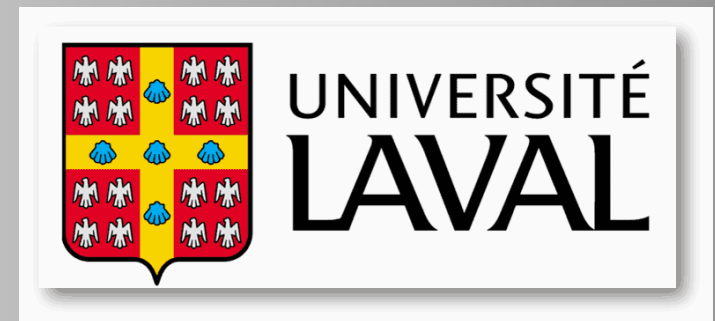
# Simulação de Escoamento de Água Subterrânea em Meio Poroso Fraturado usando o Método de Elementos Analíticos

Ivan S. P. Marin<sup>1,3</sup>, Rafael Chaves Guanabara<sup>1</sup>, Edson Wendland<sup>1</sup> e Otto D. L. Strack<sup>2</sup>

1 Universidade de São Paulo. Departamento de Hidráulica e Saneamento,  
Escola de Engenharia de São Carlos: Av. Trabalhador São-carlense 400, CP 359 São Carlos – SP, Brasil.  
e-mail: [imarin@sc.usp.br](mailto:imarin@sc.usp.br) , webpage: <http://albatroz.shs.eesc.usp.br/>

2 Department of Civil Engineering, University of Minnesota 500 Pillsbury Drive SE, Minneapolis MN 55455 USA.

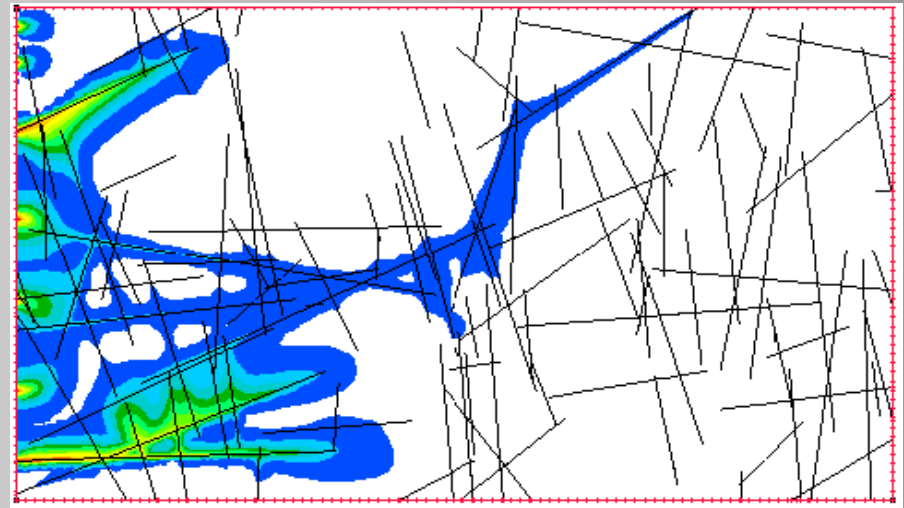
3 Département de géologie et de génie géologique, 1065. ave de la Médecine, Université Laval – Québec, Canadá



# Simulação de Água Subterrânea em Meios Porosos Fraturados é Importante



Transporte de Contaminante  
em Meio Poroso



Transporte de Contaminante  
em Meio Poroso Fraturado

# E porquê não usar métodos tradicionais?

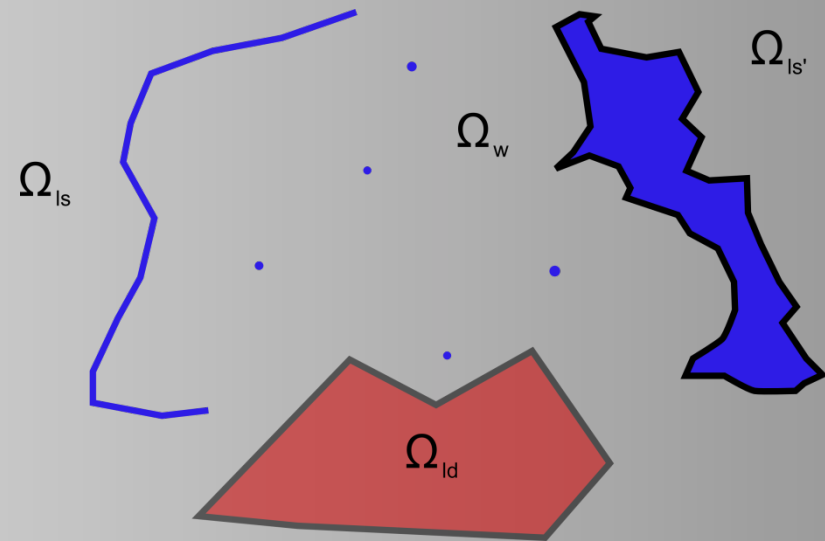
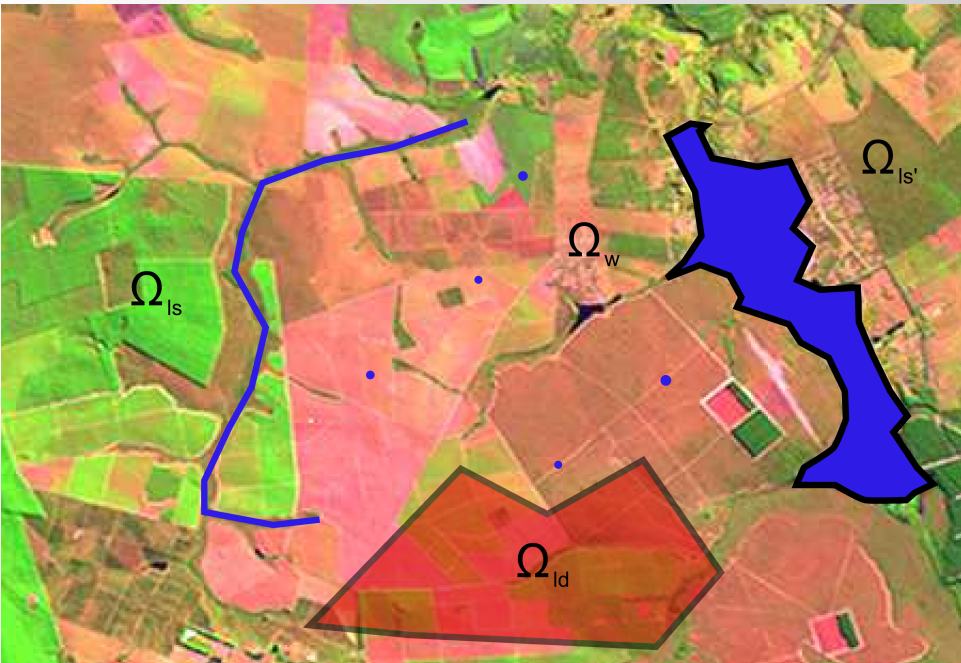
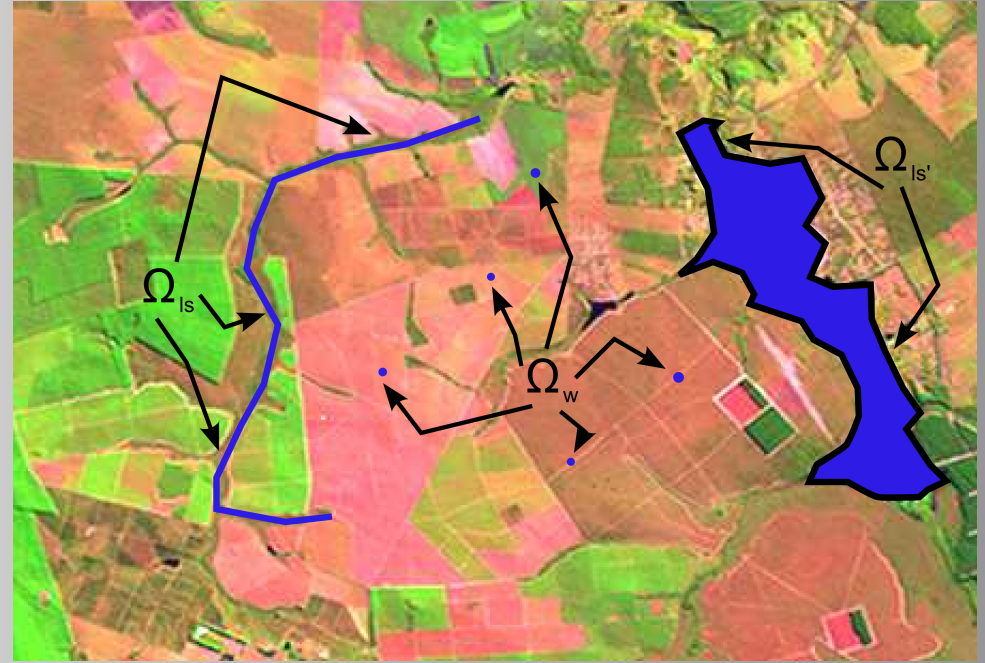
- FEM (*Finite Element Method*)
- FDM (*Finite Difference Method*)
  - Ambos dependem de uma grade (*mesh*)
  - Geração da malha pode ser difícil
  - Problemas de grande porte (áreas grandes ou muitos detalhes) requerem muitos recursos computacionais
- Opções?
  - Métodos que não dependam de malha: *MEA*

# O Método de Elementos Analíticos

- Não depende de malha
- Cada *feature* hidrogeológica é representada por uma função analítica
- Soluções analíticas para as equações governantes
- Aproximação de Dupuit-Forchheimer, 2D
- Escoamento Saturado e em estado estacionário (sem dependência com o tempo)
- Baixo custo computacional para execução, mesmo em domínios espaciais de grandes dimensões

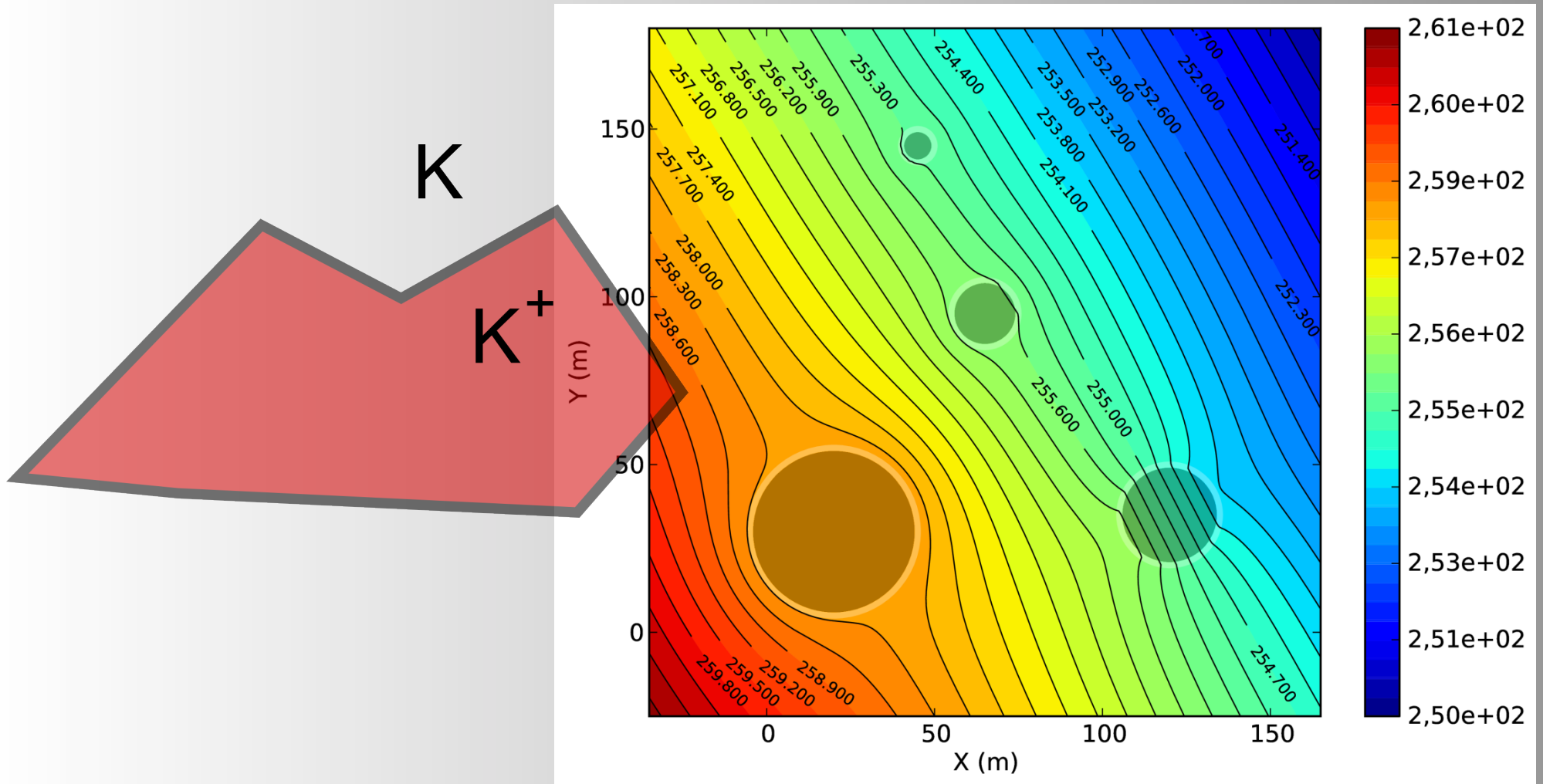


# O Método de Elementos Analíticos



# O Método de Elementos Analíticos

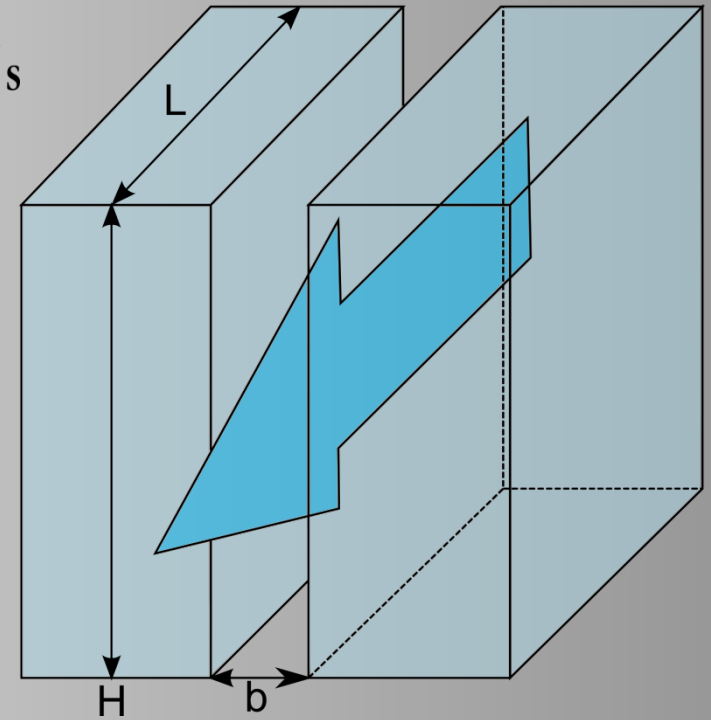
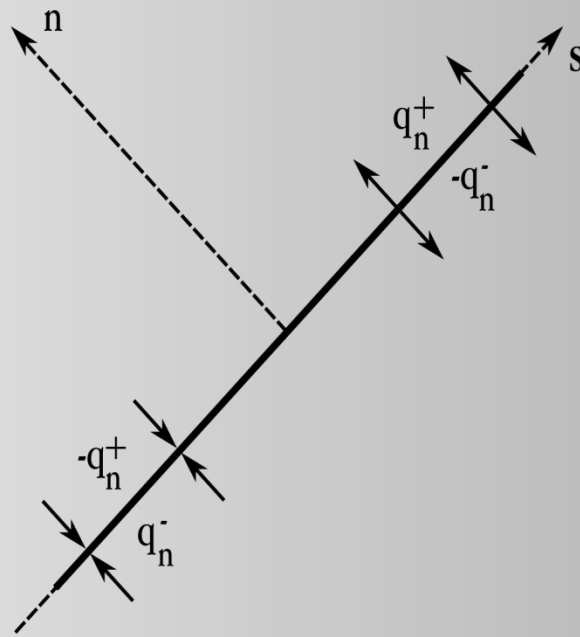
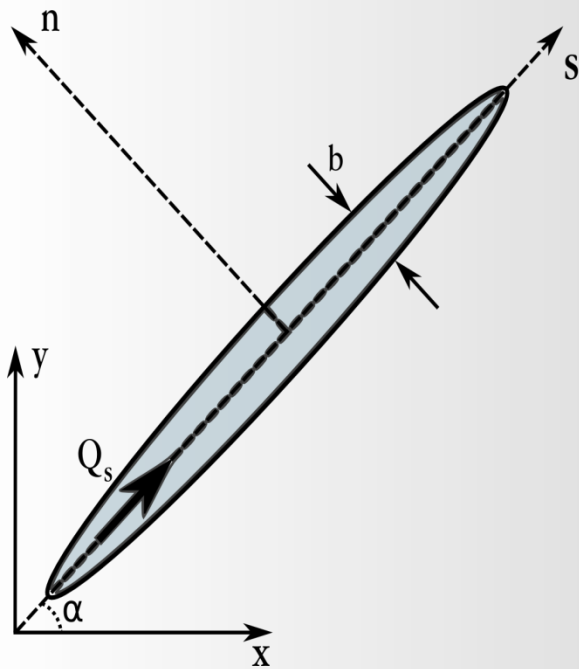
- Exemplos



# MEA: Fraturas

- Fraturas verticais
- Solução exata para uma fratura
- Solução para várias fraturas a partir da solução de uma fratura
  - $k$ : cond. hidráulica do meio
  - $k^*$  cond. hidráulica da fratura
  - $b$ : abertura da fratura
  - $W(z)$ : descarga total
  - $Q_s$ : descarga na direção da fratura
  - $a_{ij}$ : coeficientes desconhecidos a serem calculados

# MEA: Fraturas



Condições de contorno para uma fratura.  
Esquerda: condições internas.  
Direita: condições externas.

Representação do escoamento  
em uma fratura vertical.

# MEA: Fraturas

Equações:

$$Q_s = -(\Psi^+ - \Psi^-) = -k^* b \frac{\partial \varphi}{\partial s} = \frac{k^* b}{k} \frac{\partial \Phi}{\partial s} = \frac{k^* b}{k} \Re(W(z) e^{ia})$$

Descarga de uma fratura

$$\Omega(Z)_j = \sum_n a_{j,n} (Z + \sqrt{Z-1} \sqrt{Z+1})^n$$

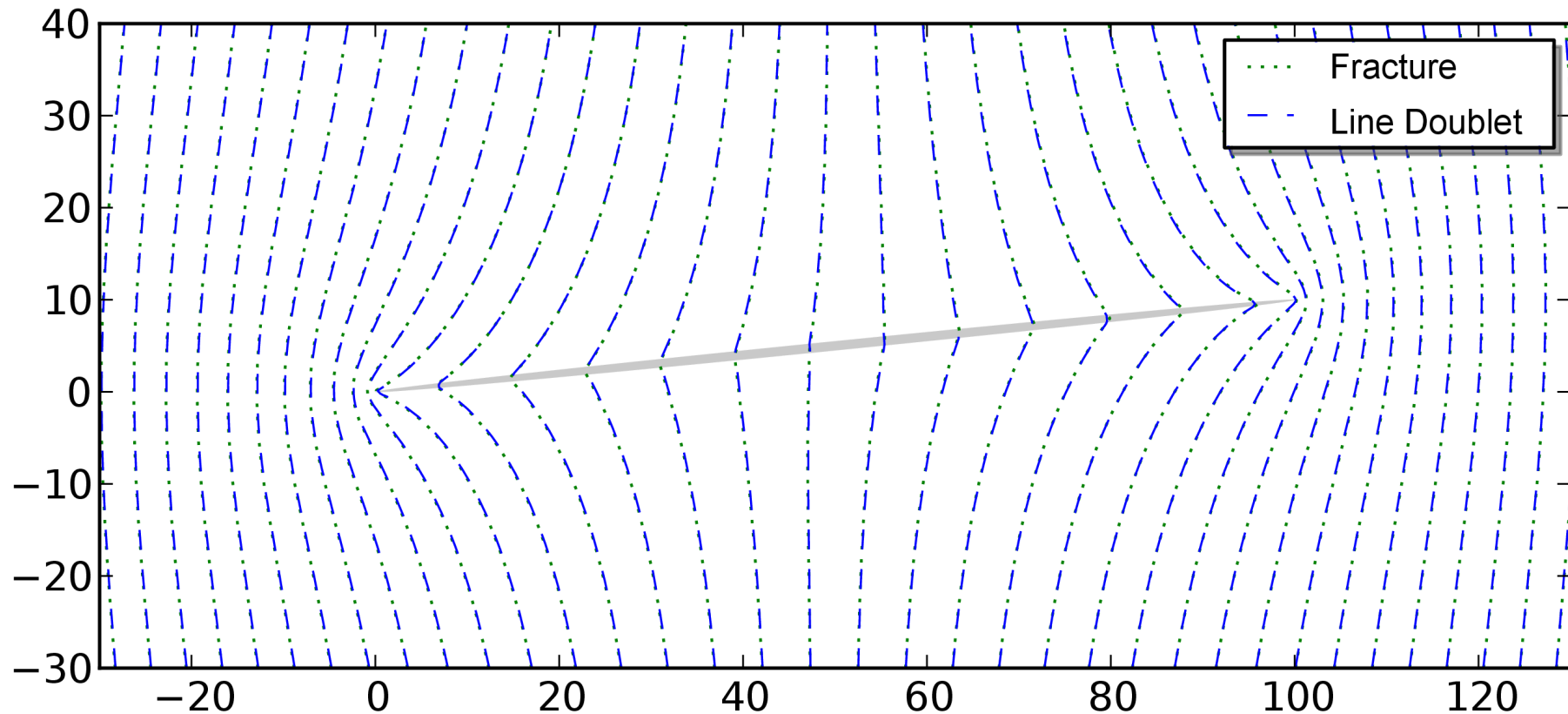
Potencial complexo para fratura

$$a_{jn} = \int_0^\pi \frac{k_j^* b_j^* \text{sen}(\theta)}{k} \Re(W(z) e^{ia_j}) \text{sen}(n\theta_j) d\theta_j$$

Cálculo dos coeficientes desconhecidos  
usando as condições de contorno

# MEA: Resultados

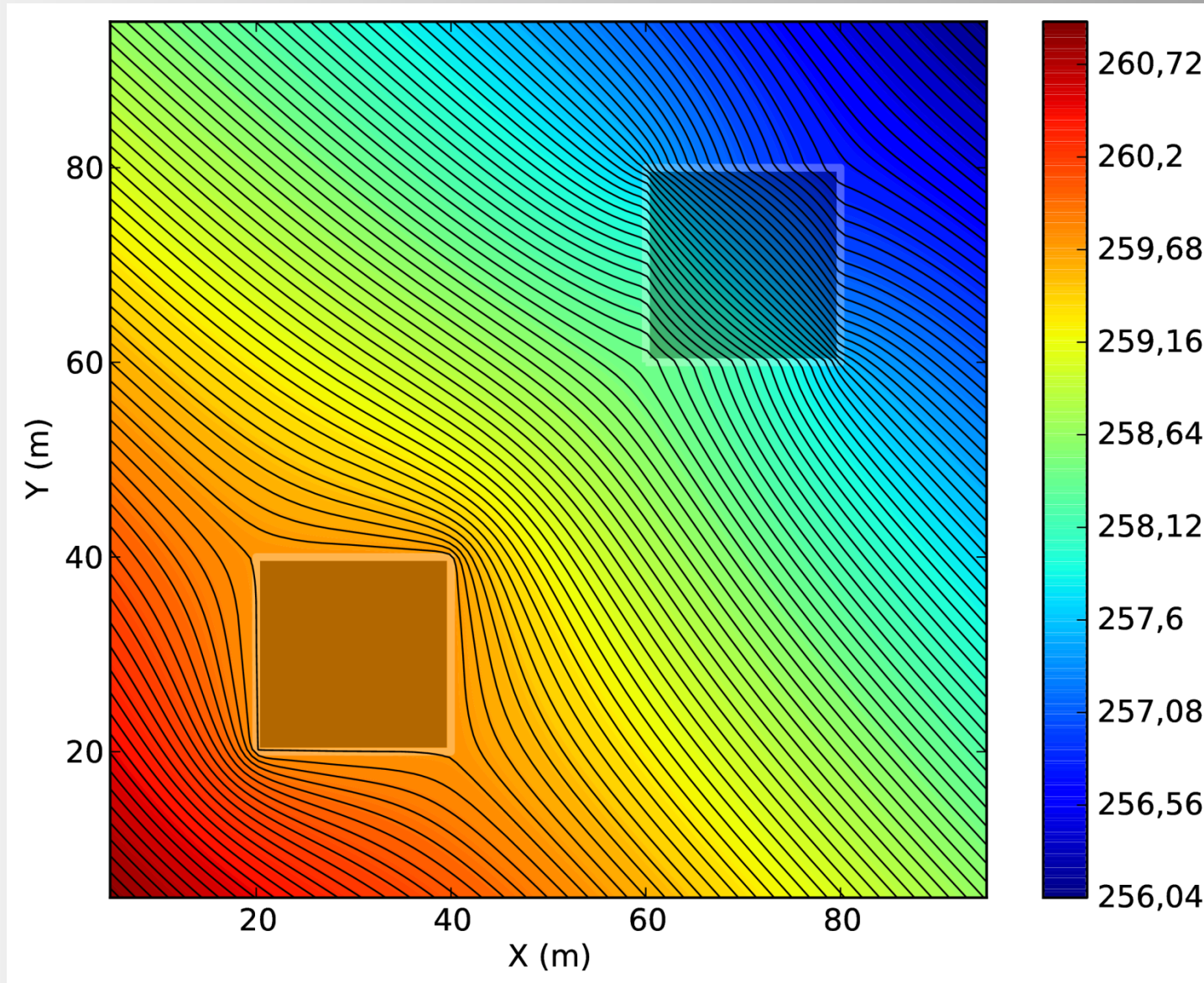
- Escoamento Uniforme regional:  $Q_0 = 1.10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
- Cond. Hidráulica de fundo:  $K_b = 1.10^{-9} \text{ m/s}$



Comparação entre uma ellipse de line doublets e uma fratura equivalente

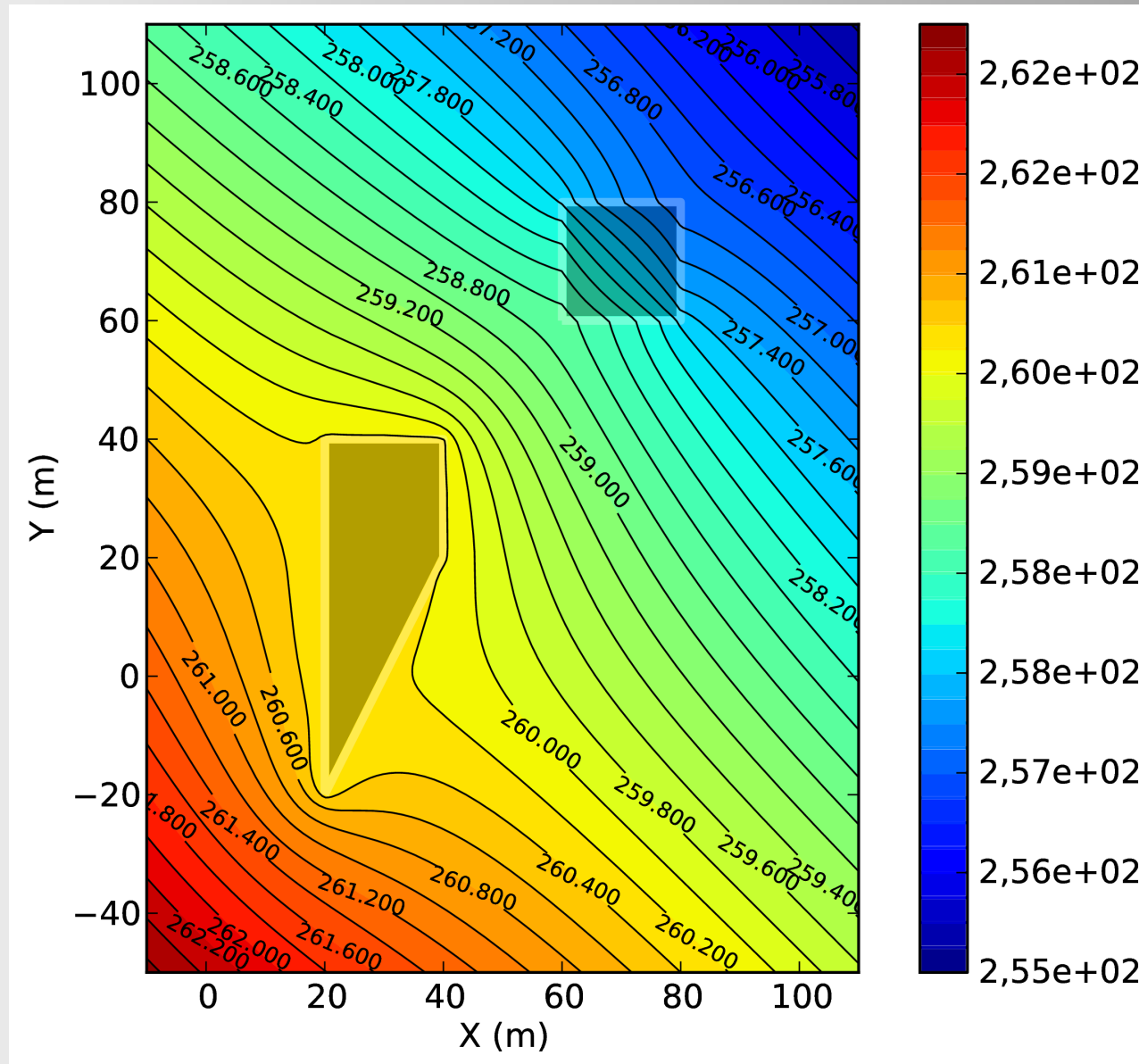


# MEA: Resultados



Duas inhomogeneidades com condutividades hidráulicas distintas.  
Isolinhas de carga.

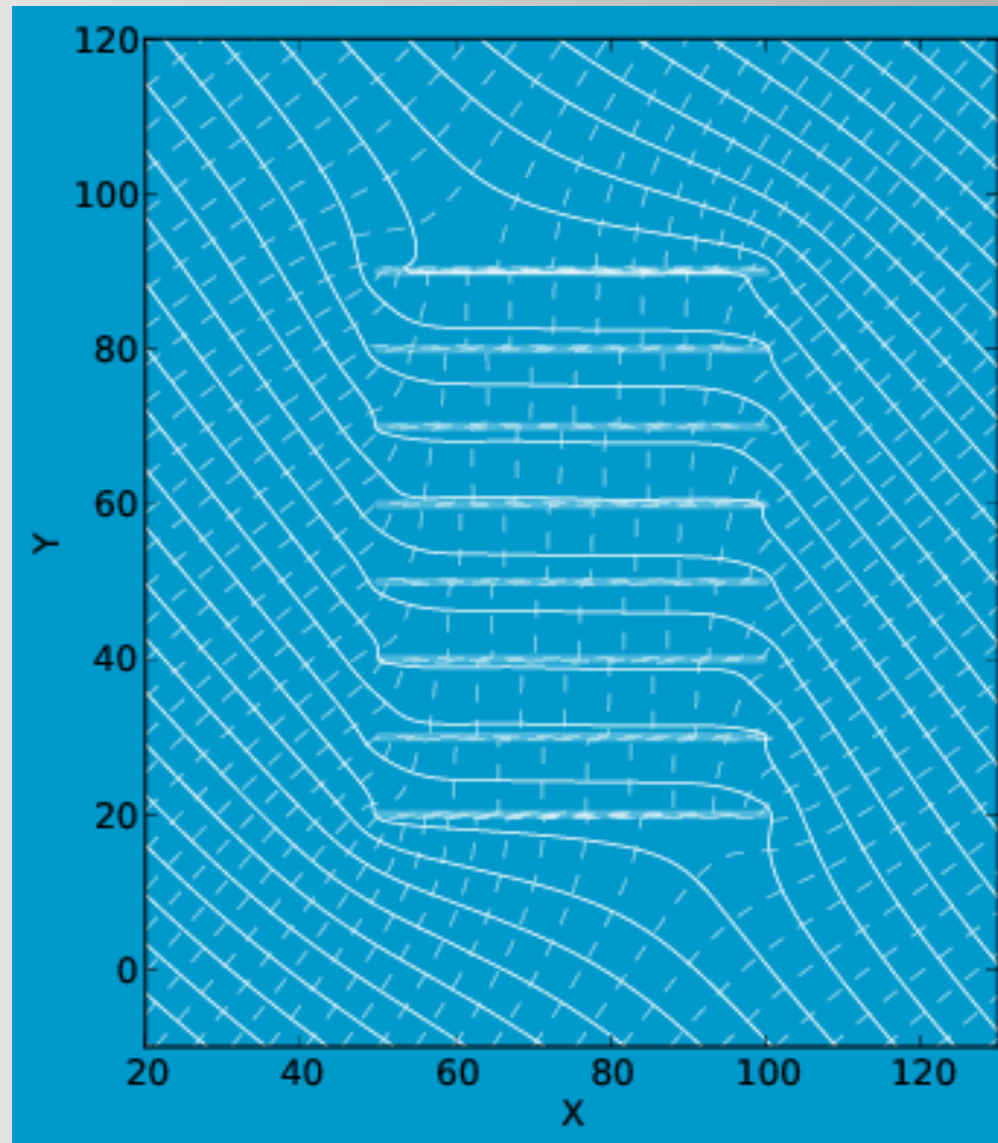
# MEA: Resultados



Duas inhomogeneidades na condutividade hidráulica.

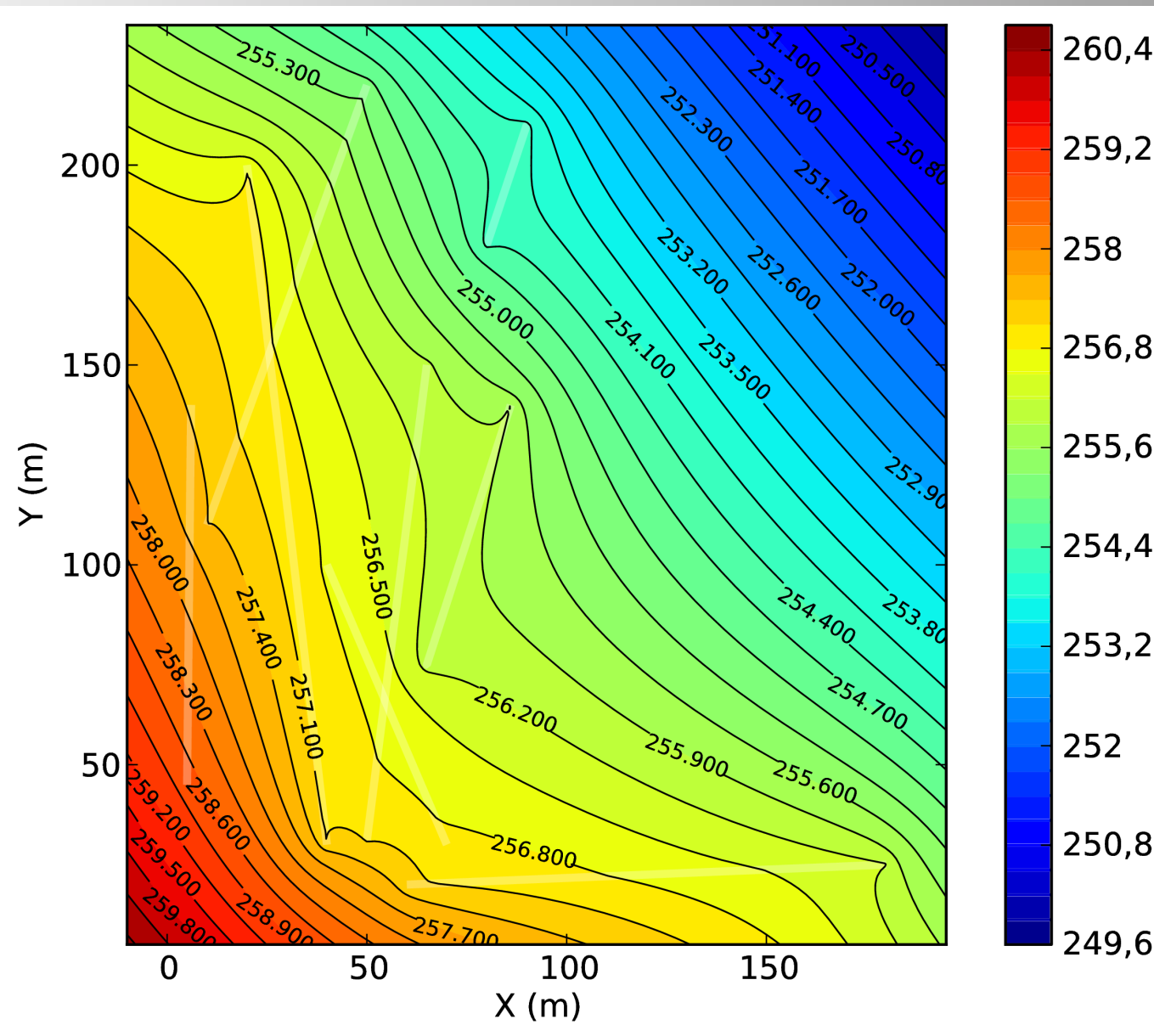


# MEA: Resultados



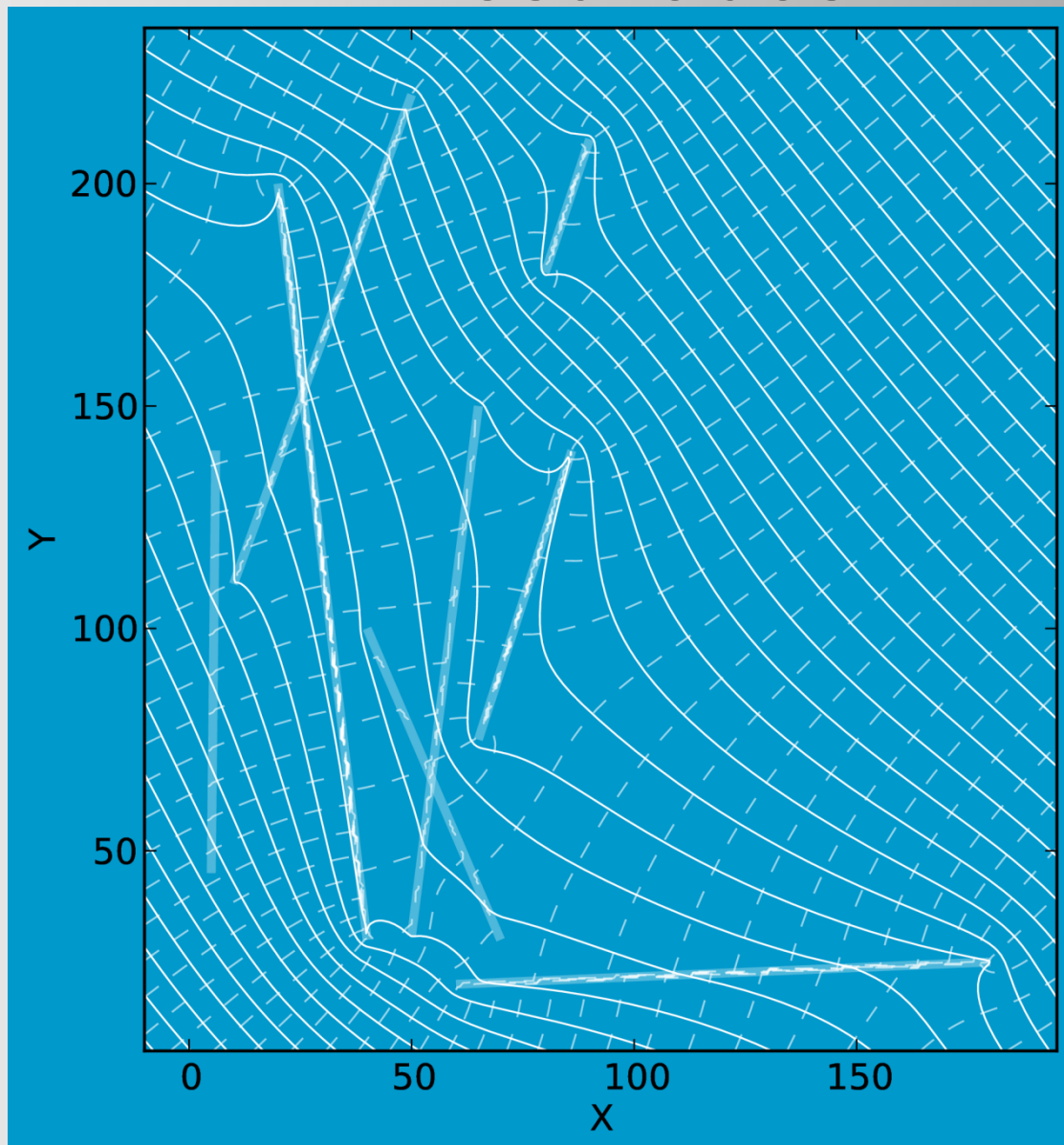
Isolinhas de carga (linhas cheias) e funções de corrente (linha pontilhada) para fraturas paralelas com mesma abertura e condutividade hidráulica.

# MEA: Resultados



Several Fractures with different  $k^*$  and  $b$

# MEA: Resultados



Sistema de fraturas com aberturas e cond. Hidráulicas distintas.  
O escoamento uniforme está orientado a 45 com relação ao eixo x.

# MEA: Resultados

Dados para as simulações	K+(m/s)	b (m)
Fratura 1	0,000074	0,00030
Fratura 2	0,000033	0,00020
Fratura 3	0,000200	0,00050
Fratura 4	0,000033	0,00020
Fratura 5	0,000002	0,00005
Fratura 6	0,000013	0,00040
Fratura 7	0,000200	0,00040
Fratura 8	0,000290	0,00060
Fratura 9	0,000530	0,00080
Fratura 10	0,000200	0,00050
Fratura 11	0,000200	0,00050

# Obrigado!

- [1] Brian Berkowitz. Characterizing flow and transport in fractured geological media: A review. *Advances in Water Resources*, 25(8-12):861-884, 2002.
- [2] Mark Bakker. Derivation and relative performance of strings of line elements for modeling (un)confined and semi-confined flow. *Advances in Water Resources*, 31(6):906-914, June 2008.
- [3] Mark Bakker and Victor A. Kelson. Writing analytic element programs in python. *Ground Water*, 47(6): 828-834, 2009.
- [4] J Bear, C Tsang, and G de Marsily. *Flow and Contaminant Transport in Fractured Rock*. Academic Press, EUA, 1993.
- [5] Ruel V. Churchill, James W. Brown, and Roger F. Verhey. *Complex Variables and Applications*. McGraw-Hill, EUA, 1974.
- [6] I. Jankovic and R. Barnes. Three-dimensional flow through large numbers of spheroidal inhomogeneities. *Journal of Hydrology*, 226(3-4):224-233, December 1999.
- [7] Ivan S. P. Marin. *Aperfeiçoamento do Método de Elementos Analíticos para Simulação de Escoamento em Rochas Porosas Fraturadas*. Tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, 2011.
- [8] Otto D. L. Strack. Analytic modeling of flow in a permeable fissured medium. Report, Office of Nuclear Waste Isolation, Pacific Northwest Laboratory, Battelle Memorial Institute, Department of Energy, EUA, February 1982. *Assessment of Effectiveness of Geologic Isolation System*.
- [9] Otto D. L. Strack. *Groundwater Mechanics*. Strack Consulting Inc., EUA, 1999.
- [10] Otto D. L. Strack. *AEM Method*, in preparation. EUA, 2011.